

# MATEMATIČKI MODEL ZA IZRAČUNAVANJE KOEFICIJENTA PORASTA VIŠIH HARMONIKA STRUJE VUČE PRI NAPAJANJU VEĆEG BROJA ELEKTROVUČNIH VOZILA NA ELEKTRIFICIRANIM PRUGAMA „ŽELEZNICE SRBIJE“

*Dr Branislav S. Gavrilović, dipl. inž.  
J. P. „Železnice Srbije”, Beograd*

*Mr Bojan Cene, dipl. inž.  
Železnice Slovenije, Maribor*

*Dr Nenad Kartalović, dipl. inž.  
Visoka železnička škola, Beograd*

*Ovaj rad izlaže eksperimentalne rezultate dobijene na osnovu matematičkog modela za izračunavanje porasta vrednosti viših harmonika struje vuče na mestu spajanja kontaktne mreže za elektrovočnu podstanicu u odnosu na vrednost istih harmonika struje koja se ima neposredno na mestu napajanja elektrovočnih vozila iz kontaktne mreže. Rezultati su dobijeni za eksploatacione uslove koji se imaju pri napajanju vozila na elektrificiranim prugama „Železnice Srbije“.*

*Ključne reči: elektrovočna vozila, rezonantna frekvencija, koeficijent porasta struje*

## MATHEMATICAL MODEL OF THE CURRENT INCREASE OF FREQUENCIES SIMILAR TO RESONANCE BY HIGHER NUMBER OF ELECTRIC VEHICLES IN THE TRACTION SUPPLYING SECTION FROM THE „SERBIAN RAILWAYS“

*The vast majority of electric vehicle used by the „Serbian railways“ use obsolete bridge rectifier that is a source of harmonic currents; predominantly odd ones. The size of current harmonics also depends on the structure of reaction supplying section. Some of the current harmonics, the source of which is electric vehicle, may increase as an implication of resonances. In our article we characterise this increase by coefficient of increase in current  $k_n$ . This coefficient is, for each harmonic, determined by the ratio of the harmonic's current in the traction transformer substation and its current on the vehicle collector. The article deals with the influence of a constellation of the traction supplying section; predominantly with influence of number of electric vehicles on the coefficient  $k_n$ .*

*Keywords: electric vehicles, resonance frequency, coefficient of increase in current.*

### UVOD

Vodeće serije elektrovočnih vozila na prugama Železnice Srbije imaju tiristorske ili diodne ispravljače koji pri regulaciji brzine ovih vozila uslovljavaju pojavu viših (parnih i neparnih) sa dominacijom osnovnog i prvog harmonika struje

vuče. Sem toga, broj harmonika struje vuče zavisi i od strukture električnog otpora strujnog kola od elektrovočne podstanice do vozila. Ovo strujno kolo u principu je sastavljeno od  $R$ ,  $L$  i  $C$  pasivnih elemenata gde viši harmonici struje vuče, generisani pri regulaciji brzine elektrovočnih vozila, mogu se povećati do znatnih vrednosti. U ovom radu povećanje viših harmonika struje vuče okarakterisaće se preko koeficijenta ( $k_n$ ), koji za svaki harmonik struje vuče u principu zavisi od odnosa struje koja se ima na izlazu iz elektrovočne podstanice (EVP) u kontaktnu

Kontakt: Dr Branislav S. Gavrilović, dipl. inž.  
J. P. „Železnice Srbije”, Sektor za vuču i OVS  
Nemanjina 6, 11000 Beograd  
E-mail: brane23@sbb.co.yu

mrežu (KM) i struje koja se ima na mestu preuzimanja iz kontaktne mreže u elektrovučno vozilo. Sem toga, u ovom radu analiziraće se i uticaj prostorne udaljenosti elektro vučnih vozila od EVP, odnosno uticaj samog broja elektrovučnih vozila na vrednost koeficijenta  $k_n$ .

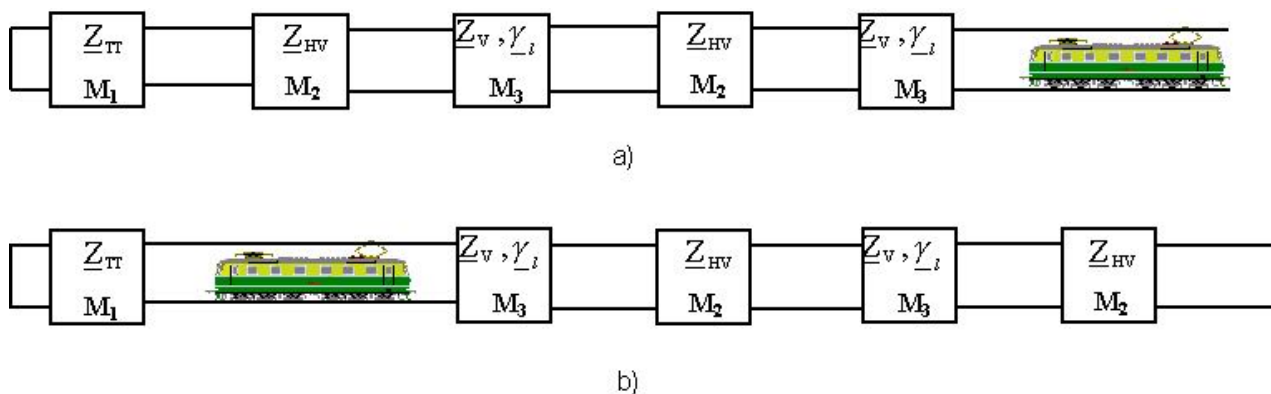
### MATEMATIČKI MODEL NAPOJNOG DELA ELEKTROVUČNOG SISTEMA AC 25 kV, 50 Hz

U cilju rešavanja gore definisanog problema, celokupan napojni elektrovučni sistem pogodno je posmatrati preko odgovarajuće:

- zamenske šeme trofazne elektroprivredne mreže i elektrovučne podstanice,

- zamenske šeme kontaktne mreže i
- zamenske šeme elektrovučnog vozila.

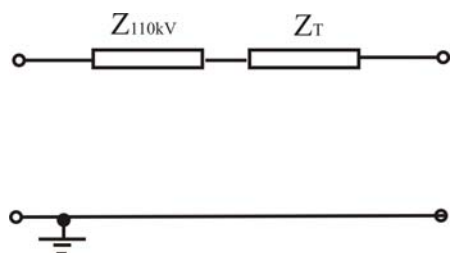
Svaka od navedenih zamenskih šema u posmatrana dva elektrovučna sistema može se predstaviti sa odgovarajućim pasivnim četvoropolom kod kojeg su naponi i struje na ulazu povezane sa naponima i strujama na izlazu sa odgovarajućom matricom impedansi  $M$ . Šema veze pojedinih četvoropola za slučaj kada se elektrovučno vozilo nalazi na samom kraju napojnog sektora elektrovučne podstanice za oba elektrovučna sistema prikazana je na slici 1a. Za slučaj kada se elektrovučno vozilo nalazi u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice šema veze pojedinih dvopola prikazana je na slici 1b.



Slika 1. Zamenska šema elektrovučnog sistema AC 25 kV, 50 Hz „Železnice Srbije“ za slučajeve kada se elektrovučno vozilo koje generiše više harmonike struje vuče nalazi a) na kraju napojnog sektora EVP-a, b) u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice

### Zamenska šema elektroprivredne mreže i elektrovučne podstanice

Na elektrificiranim prugama „Železnice Srbije“, elektrovučne podstanice povezane su za trofaznu elektroprivrednu mrežu napona 110 kV preko monofaznog transformatora snage 7,5 MVA, prenosnog odnosa 110/27,5 kV i relativnog napona kratkog spoja 10%. Za svaki harmonik struje vuče, elektroprivredna mreža i elektrovučna podstanica u pogonu sa jednim transformatorom snage može se bez obzira na složenost šeme povezivanja predstaviti pasivnim četvoropolom kao na slici 2.

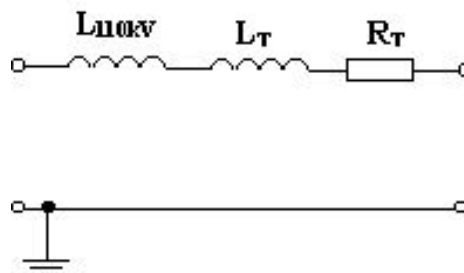


Slika 2: Zamenska šema elektroprivredne mreže i elektrovučne podstanice

gde je:

$Z_{110kV}$  – impedansa elektroprivredne mreže za snagu dvopolnog kratkog spoja na sabirnicama 110kV u elektrovučnoj podstanici, svedena na napon kontaktne mreže, ( $\Omega$ ),  
 $Z_T$  – impedansa kratkog spoja monofaznog transformatora 110/27,5 kV ( $\Omega$ ).

Zbog male vrednosti aktivnog omskog otpora trofaznog voda, pri praktičnom proračunu zamenska šema sa slike 2 dobija oblik kao na slici 3.



Slika 3: Uprošćena zamenska šema elektroprivredne mreže i elektrovučne podstanice

Naponi i struje na ulazu posmatranog četvoropola povezane su sa naponima i strujama na izlazu sa odgovarajućom matricom  $M_1$  koja je data sledećim izrazom [1]:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_{TT} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \underline{Z}_{110kV} + \underline{Z}_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & j \cdot X_{110kV} + R_T + jX_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (1)$$

gde je:

$X_{110 \text{ kV}}$  – reaktivni otpor elektroprivredne mreže za snagu dvopolnog kratkog spoja na 110 kV sabirnicama u elektrovučnoj podstanici,  
 $R_T$  i  $X_T$  – aktivni omski i reaktivni otpor kratkog spoja monofaznog transformatora 110/27,5 kV,

Vrednost impedanse elektroprivredne mreže za snagu dvopolnog kratkog spoja na sabirnicama 110 kV u elektrovučnoj podstanici „Železnice Srbije“, svedena na napon kontaktne mreže je [2]:

$$\underline{Z}_{110kV} = j \frac{(1,05 \cdot U)^2}{S_k} = j \cdot 0,2756 \Omega \dots\dots (2)$$

gde je:

$U = 25 \text{ kV}$  – nominalni napon kontaktne mreže,  
 $S_k = 2500 \text{ kVA}$  – snaga dvopolnog kratkog spoja

U ovoj analizi uzima se da je vrednost impedanse kratkog spoja jednog transformatora, svedena na napon kontaktne mreže [2]:

$$\underline{Z}_{110kV} = j \frac{u_k\%}{100} \cdot \frac{U^2}{S_T} = j \cdot 8,3333 \Omega \dots\dots\dots (3)$$

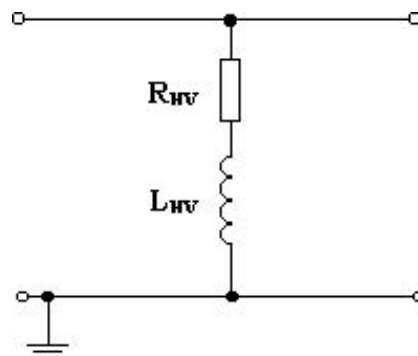
gde je:

$u_k\% = 10\%$  – relativni napon kratkog spoja,  
 $U = 25 \text{ kV}$  – nominalni napon kontaktne mreže,  
 $S_k = 7500 \text{ kVA}$  – nominalna snaga transformatora.

**Zamenska šema elektrovučnog vozila kada pri regulaciji brzine ne generiše više harmonike struje vuče**

Pri istraživanju uticaja elektrovučnih vozila koja se nalaze na istom napojnom sektoru jedne elektrovučne postanice kao i posmatrano vozilo koje generiše više harmonike struje vuče, vozila

se mogu predstaviti sa ekvivalentnom impedansom  $\underline{Z}_{HV}$ . Ovakav način predstavljanja vozila u potpunosti korektan jer se pri istraživanoj analizi pretpostavlja da samo jedno vozilo generiše više harmonike struje vuče. Zamenska šema elektrovučnih vozila koja ne generiše više harmonike struje vuče prikazana je na slici 4.



Slika 4. Zamenska šema elektrovučnih vozila koja pri regulaciji brzine ne generiše više harmonike struje vuče

Za svaki harmonik struje vuče, naponi i struje na ulazu posmatranog četvoropola povezane su sa naponima i strujama na izlazu sa odgovarajućom matricom  $M_2$  koja je data sledećim izrazom [1]:

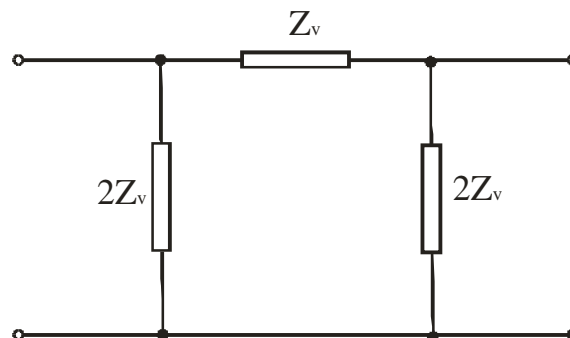
$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y}_{HV} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{\underline{Z}_{HV}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_{HV} + j \cdot X_{HV}} & 1 \end{bmatrix} \dots (4)$$

gde je:

$\underline{Y}_{HV}$  – ekvivalentna admitansa elektrovučnog vozila (S),  
 $\underline{Z}_{HV}$  – ekvivalentna impedansa elektrovučnog vozila ( $\Omega$ ),  
 $R_{HV}$  i  $X_{HV}$  – aktivni omski i reaktivni otpor elektrovučnog vozila ( $\Omega$ ).

**Zamenska šema kontaktne mreže**

Na elektrificiranim prugama „Železnice Srbije“ koristi se kontaktna mreža koja se može predstaviti sa simetričnim četvoropolom sa koncentrisanim parametrima kao na slici 5 [1, 2 i 4].



Slika 5. Zamenska šema kontaktne mreže od elektrovučne postanice do vučnog vozila

gde je:

$Z_v$  – ekvivalentna impedansa strujne konture „vozni vod – zemlja”.

Odgovarajuća matrica ( $M_3$ ) koja je povezuje električne veličine na ulazu i izlazu četvoropola opisana je sa Blondelovim koeficijentima  $\underline{A}_1$ ,  $\underline{B}_1$ ,  $\underline{C}_1$ ,  $\underline{D}_1$  i data je sledećim izrazom [1 i 4]:

$$M_2 = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\underline{\gamma} \cdot \frac{l_c}{2}) & \underline{Z}_v \sinh(\underline{\gamma} \cdot \frac{l_c}{2}) \\ \frac{\sinh(\underline{\gamma} \cdot \frac{l_c}{2})}{\underline{Z}_v} & \cosh(\underline{\gamma} \cdot \frac{l_c}{2}) \end{bmatrix} \dots (5)$$

gde su:

$\underline{\gamma}$  – kompleksni koeficijent prostiranja  
 $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$  (km<sup>-1</sup>),  
 $l_c$  – ukupna dužina kontaktne mreže od EVP-a do posmatranog vučnog vozila.

Strujna kontura „vozni vod – zemlja” čini zapravo dve spregnute konture „kontaktni vod – zemlja” i „noseće uže – zemlja” tako da se ekvivalentna impedansa strujne konture „vozni vod – zemlja” ( $\underline{Z}_v$ ) izračunava na osnovu sledećeg izraza [2 i 4]:

$$\underline{Z}_v = \frac{\underline{Z}_k \cdot \underline{Z}_n - \underline{Z}_{kn}^2}{\underline{Z}_n + \underline{Z}_k - 2 \cdot \underline{Z}_{kn}} \dots (6)$$

gde su:

$\underline{Z}_k$  – ekvivalentna impedansa strujne konture „kontaktni provodnik – zemlja” ( $\Omega$ ),  
 $\underline{Z}_n$  – ekvivalentna impedansa strujne konture „noseće uže – zemlja” ( $\Omega$ ),  
 $\underline{Z}_{kn}$  – međusobna impedansa strujne konture „kontaktni provodnik – zemlja” i „noseće uže zemlja” ( $\Omega$ ),

Ekvivalentna impedansa strujne konture „kontaktni provodnik – zemlja” dobija se na osnovu izraza Carsona i Pollaczeka [2 i 4]:

$$\underline{Z}_k = (r_k + 0,0493 - j \cdot 0,1446 \cdot (1,53 + \log R_k + 0,5 \cdot \log \sigma)) \cdot l_c(Q) \dots (7)$$

gde su:

$r_k$  – aktivan otpor kontaktnog provodnika ( $\Omega/\text{km}$ ),  
 $R_k$  – poluprečnik kontaktnog provodnika (mm),  
 $\sigma$  – električna provodnost zemljišta (S/m).

Ekvivalentna impedansa strujne konture „noseće uže – zemlja” dobija se na osnovu izraza [2 i 4]:

$$\underline{Z}_n = (r_n + 0,0493 - j \cdot 0,1446 \cdot (1,53 + \log R_n + 0,5 \cdot \log \sigma)) \cdot l_c(Q) \dots (8)$$

gde su:

$r_n$  – aktivan otpor nosećeg užeta ( $\Omega/\text{km}$ ),  
 $R_k$  – poluprečnik nosećeg užeta (mm).

Međusobna impedansa strujne konture „noseće uže – zemlja” i „kontaktni provodnik – zemlja” dobija se na osnovu izraza [2 i 4]:

$$\underline{Z}_{kn} = (0,0493 - j \cdot 0,1446 \cdot (1,53 + \log a_{kn} + 0,5 \cdot \log \sigma)) \cdot l_c(Q) \dots (9)$$

gde je:

$a_{kn}$  – rastojanje između ose kontaktnog provodnika i ose ekvivalentnog nosećeg užeta (mm).

Pojam ekvivalentnog nosećeg užeta uveden je zbog stvarnog položaja nosećeg užeta u obliku lančanice. Rastojanje  $a_{kn}$  određeno je izrazom [2 i 4]:

$$a_{kn} = S - \frac{2 \cdot f}{3} \dots (10)$$

gde je:

$S$  – sistemska visina voznog voda,  
 $f$  – ugib nosećeg užeta.

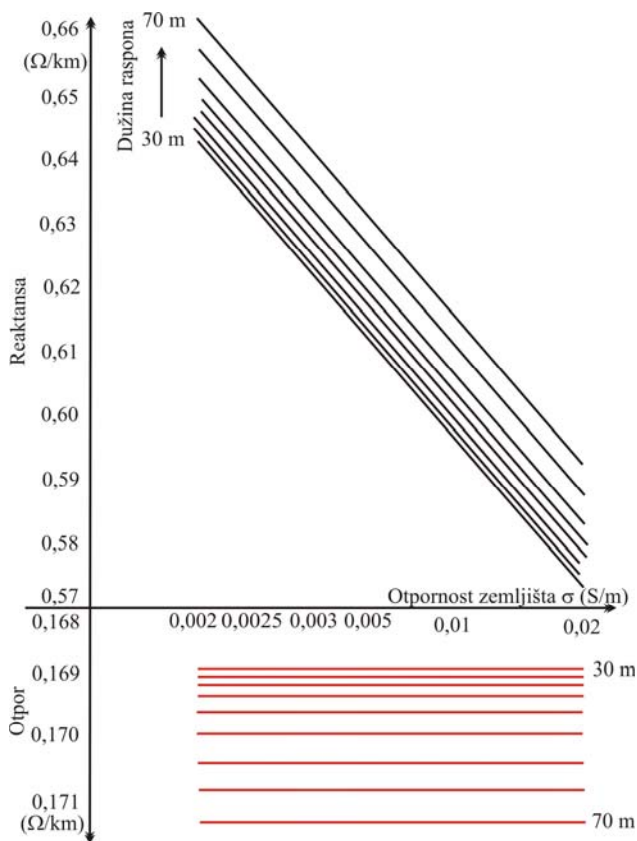
Pri izračunavanju ekvivalentne impedanse strujne konture „vozni vod – zemlja” ( $\underline{Z}_v$ ) i kompleksnog koeficijenta prostiranja ( $\underline{\gamma}$ ) za razne harmonike struje vuče, mora se voditi računa i o skin efektu. Zbog pojave skin efekta aktivna omska otpornost kontaktnog i nosećeg užeta pri višim harmonicima struje vuče ( $R_n$ ) se povećava u odnosu na onu koja bi se imala pri proticanju jednosmerne struje ( $R$ ). Zbog skin efekta ima se da je [5]:

$$\frac{R_n}{R} = r_n = 1 + 2,6 \cdot n^2 \cdot S^2 \cdot 0,0000001 \dots (11)$$

gde su:

$R_n$  – aktivna omska otpornost kontaktnog ili nosećeg užeta pri višim harmonicima struje vuče ( $\Omega/\text{km}$ ),  
 $R$  – aktivna omska otpornost kontaktnog ili nosećeg užeta pri jednosmernoj struji vuče ( $\Omega/\text{km}$ ),  
 $r_n$  – frekventni koeficijent (-),  
 $n$  – broj višeg harmonika (-),  
 $S$  – površina poprečnog preseka voznog voda (mm<sup>2</sup>)

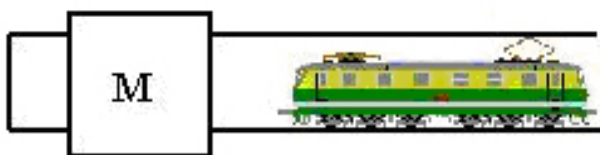
Ekvivalentna impedansa strujne konture „kontaktni provodnik – zemlja” za eksploatacione uslove „Železnice Srbije” prikazana je i na slici 6.



Slika 6: Impedansa voznog voda u zavisnosti od električne provodnosti zemljišta

### Zamenska šema celokupnog elektrovučnog sistema

Za definisanje rezonantnog stanja elektrovučnog sistema neophodno je definisati matricu  $M$  za celokupan sistem koji je predstavljen jednim ekvivalentnim četvoropolom kao na slici 7.



Slika 7. Konačan model monofaznog elektrovučnog sistema 25kV, 50 Hz

Ako se analizira slučaj kada se vučno vozilo (koje generiše više harmonike struje vuče) nalazi na kraju napojnog sektora jedne elektrovučne podstanice, sa zamenskom šemom kao na slici 1a, matrica  $M$  se dobija jednostavnim množenjem odgovarajućih matrica pojedinih četvoropola koji su kaskadno povezani, tj.:

$$M = M_3 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1 \dots \dots \dots (12)$$

Pri određivanju matrice  $M$  za slučaj koji je prestavljen zamenskom šemom kao na slici 1b, najpre se određuje matrica  $M_x$ :

$$M_x = M_3 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_2 \dots \dots \dots (13)$$

Nakon definisanja matrice  $M_x$  pristupa se definisanju ulazne admitanse ekvivalentnog četvoropola koji je opisan ovom matricom ( $Y_{vst}$ ), a zatim i matrica  $M_{xx}$ :

$$M_{xx} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ Y_{vst} \cdot M_x & I \end{bmatrix} \dots \dots \dots (14)$$

Zbog kaskadne veze dva četvoropola koja su opisana sa matricama  $M_1$  i  $M_{xx}$ , konačna matrica  $M$  je:

$$M = M_{xx} \cdot M_1 \dots \dots \dots (15)$$

### KOEFICIJENAT POVEĆANJA VIŠIH HARMONIKA STRUJE VUČE ( $k_n$ )

Viši harmonici struje vuče na mestu povezivanja kontaktne mreže sa elektrovučnom podstanicom mogu biti veći ili manji u odnosu na iste harmonike struje koje se imaju na mestu povezivanja elektrovučnog vozila za istu kontaktnu mrežu. Ova činjenica može se opisati sledećim izrazom:

$$I_{2n} = k_n \cdot I_{1n} \dots \dots \dots (16)$$

gde je:

- $I_{2n}$  – vrednost n-tog harmonika struje vuče kroz sekundarne krajeve energetskog transformatora u elektrovučnoj podstanci (A),
- $I_{1n}$  – vrednost n-tog harmonika struje vuče generisane kroz elektrovučno vozilo (A),
- $k_n$  – koeficijent povećanja n-tog harmonika struje vuče (-)

### REZULTATI ISTRAŽIVANJA

Koristeći opisanu metodologiju proračuna matrica  $M$  za elektrovučni sistem primenjen na prugama „Železnice Srbije“, izračunate su vrednosti koeficijenta povećanja struje vuče ( $k_n$ ) za razne vrednosti i harmoniski sastav struje vuče i to za slučajeve kada se u napojnom sektoru jedne elektrovučne podstanice nalazi:

1. jedno elektrovučno vozilo koje generiše pored osnovnog još i više harmonike struje vuče i koje se nalazi
  - na kraju napojnog sektora
  - u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice.
2. dva elektrovučna vozila gde
  - je elektrovučno vozilo koje generiše više harmonike struje vuče na kraju

napojnog sektora, a drugo vozilo u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice,

- su oba elektrovučna vozila u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice.

3. tri elektrovučna vozila gde je

- elektrovučno vozilo koje generiše više harmonike struje vuče na kraju napojnog sektora, drugo u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice, a treće na sredini napojnog sektora,
- elektrovučno vozilo koje generiše više harmonike struje vuče u neposrednoj blizini elektrovučne postanice, drugo u njegovoj blizini, a treće na sredini napojnog sektora.

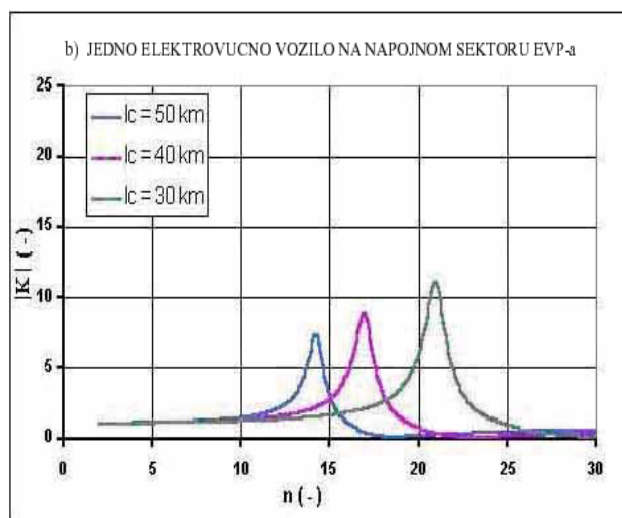
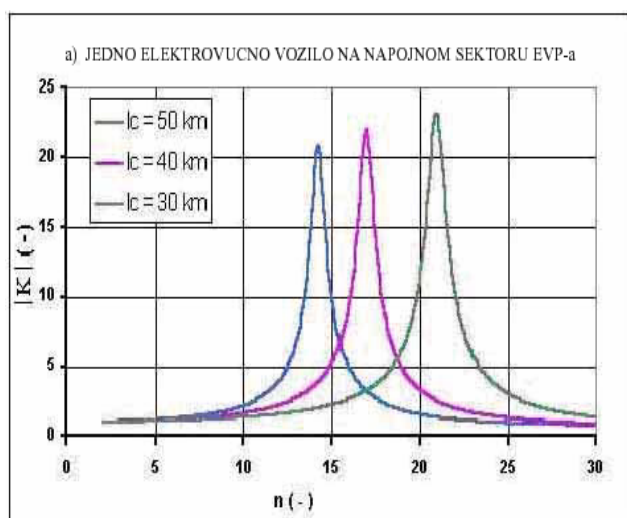
Proračun je sproveden za tri vrednosti dužine napojnog sektora (30, 40 i 50 km), a rezultati su predstavljeni grafički na slikama 8, 9 i 10, a analitički u tabeli 1. Na slici 8 predstavljena je zavisnost koeficijenta ( $k_n$ ) za razne više harmonike struje vuče kada se na napojnom sektoru nalazi samo jedno elektrovučno vozilo. Na slici 9 prikazana je ista zavisnost za slučajeve kada se na napojnom sektoru jedne elektrovučne podstanice nalaze dva elektrovučna vozila. Najveće vrednosti koeficijenta povećanja struje ( $k_n$ ) postižu se sa jednim elektrovučnim vozilom koje se nalazi na kraju

napojnog sektora. U ovim uslovima koeficijenta povećanja struje ( $k_n$ ) je znatno veći od jedinice. To znači da se kroz sekundarni namotaj transformatora u elektrovučnoj podstanici ima znatno veća vrednost struje u odnosu na vrednost koja se ima kroz elektrovučno vozilo.

Na osnovu izloženog proračuna uočava se da je vrednost koeficijenta  $k_n$  obrnuto proporcionalna vrednosti Blondelove konstante  $D$  konačne matrice  $M$  sistema.

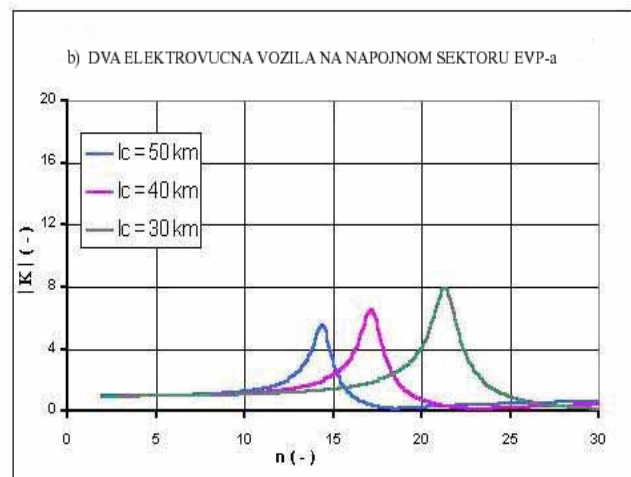
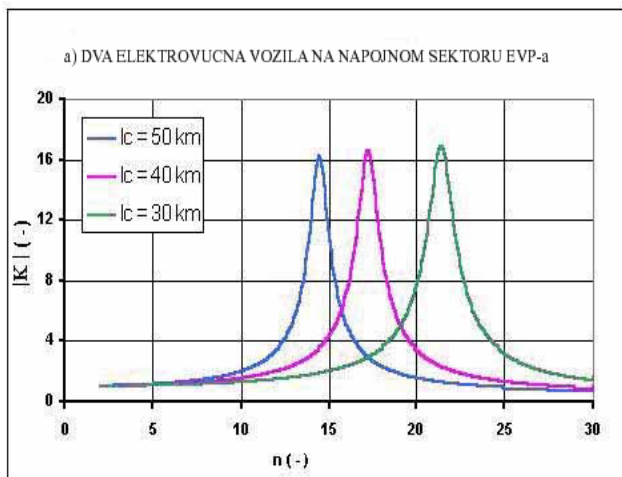
Sa opisanom metodologijom moguće je izračunati vrednosti koeficijenta povećanja za različite vrednosti viših harmonika struje vuče ( $k_n$ ), razne kombinacije broja i lokacije elektrovučnih vozila. Vrednost koeficijenta  $k_n$ , nezavisno od broja i lokacije elektrovučnih vozila, povećava se pri povećanju reda harmonika struje vuče od početne koja je bliska 1 do maksimalne vrednosti. Za razne dužine napojnih sektora EVP-a pri istoj lokaciji i broju vučnih vozila, maksimalna vrednost koeficijenta  $k_n$  ostaje približno ista. Pri daljem povećanju reda  $n$ -tog harmonika struje koeficijenta  $k_n$  opada do minimalne vrednosti koja je bliska 1.

Na slici 10 prikazana je zavisnost koeficijenta  $k_n$  pri kretanja dva elektrovučna vozila u napojnom sektoru dužine 40 km te kada je vozilo koje generiše više harmonike struje vuče: a) na kraju napojnog sektora i b) u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice.

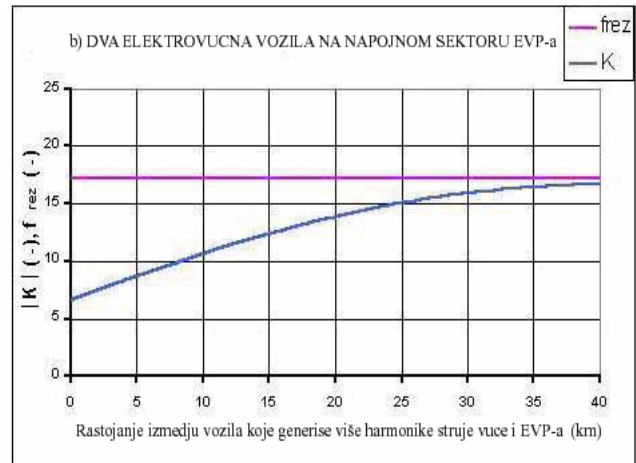
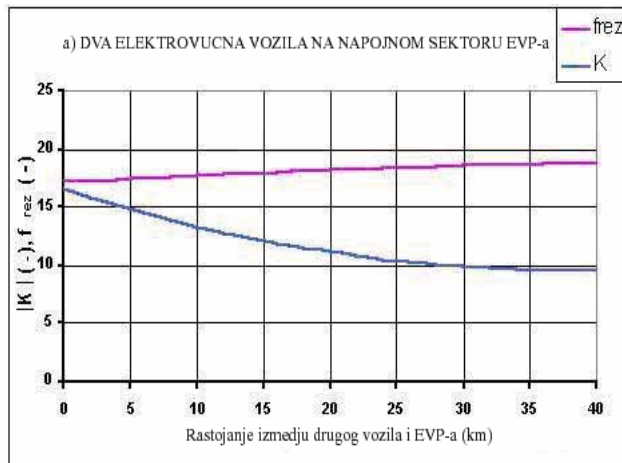


Slika 8. Zavisnost koeficijenta  $k_n$  za slučaj kada se na napojnom sektoru nalazi samo jedno elektrovučno vozilo koje je: a) na kraju napojnog sektora dužine 30, 40 ili 50 km b) u neposrednoj blizini elektrovučne podstanice





Slika 9. Zavisnost koeficijenta  $k_n$  za slučaj kada se na napojnom sektoru nalaze dva elektrovoćna vozila i to kada: a) je vozilo koje generiše više harmonike struje na kraju napojnog sektora, a drugo u neposrednoj blizini elektrovoćne podstanice, b) su oba elektrovoćna vozila u neposrednoj blizini elektrovoćne podstanice



Slika 10. Zavisnost koeficijenta  $k_n$  i rezonantne frekvencije od kretanja dva elektrovoćna vozila u napojnom sektoru dužine 40 km i kada je vozilo koje generiše više harmonike struje vuče: a) na kraju napojnog sektora, b) u neposrednoj blizini elektrovoćne podstanice

Elektrovoćno vozilo koje generiše više harmonike na kraju napojnog skora (NS)				Elektrovoćno vozilo koje generiše više harmonike u neposrednoj blizini EVP					
Dužina NS		1 vozilo	2 vozila drugoporedEVP	3 vozila drugoporedEVP trećenapolovini NS	Dužina NS	1 vozilo	2 vozila drugoporedEVP	3 vozila drugoporedEVP trećenapolovini NS	
50km	n(-)	14,28	14,48	15,62	50km	n(-)	14,24	14,41	15,42
	f <sub>rez</sub> (Hz)	714	724	781		f <sub>rez</sub> (Hz)	712	720,5	771
	k <sub>max</sub> (-)	20,865	16,274	8,73		k <sub>max</sub> (-)	7,373	5,51	2,481
40km	n(-)	16,97	17,25	18,48	40km	n(-)	116,94	17,19	18,33
	f <sub>rez</sub> (Hz)	840,5	862,5	924		f <sub>rez</sub> (Hz)	847	859,5	916,5
	k <sub>max</sub> (-)	21,979	16,673	9,498		k <sub>max</sub> (-)	8,957	6,521	3,747
30km	n(-)	20,99	21,4	22,76	30km	n(-)	20,96	21,35	22,63
	f <sub>rez</sub> (Hz)	1049,5	1070	1138		f <sub>rez</sub> (Hz)	1048	1067,5	1131,5
	k <sub>max</sub> (-)	23,168	16,998	10,381		k <sub>max</sub> (-)	11,156	7,883	4,826

Tabela 1. Rezonantne frekvencije i maksimalne vrednosti koeficijenta povećanja viših harmonika struje vuče  $k_n$

## ZAKLJUČCI

Na osnovu sprovedene analize i proračuna koji je sproveden za eksploatacione uslove koji se imaju se imaju na elektrificiranim prugama „Železnice Srbije” zaključujemo:

- a) da se vrednost frekvencije pri kojoj se ima najveća vrednost koeficijenta povećanja struje vuče (rezonantna frekvencija) smanjuje sa povećanjem dužine napojnog sektora (sl. 8 i 9),
- b) da je vrednost rezonantne frekvencije nezavisna od lokacije elektrovočnih vozila (sl. 10),
- c) da drugo i treće elektrovočno vozilo prouzrokuju neznatno povećanje rezonantne frekvencije.

Za vrednost koeficijenta  $k_n$  zaključujemo da se maksimalna vrednost koeficijenta  $k_n$ :

- a) smanjuje sa povećanjem dužine napojnog sektora elektrovočne podstanice (sl. 8 i 9),
- b) povećava sa kretanjem elektrovočnog vozila koje generiše više harmonike struje vuče prema kraju napojnog sektora (sl. 10),
- c) znatno smanjuje sa pojavom drugog i trećeg elektrovočno vozilo u istom napojnom sektoru elektrovočne podstanice.

Sproveden matematički model i izvedeni zaključci, mogu se primeniti i kod drugih elektrovočnih sistema

(AC 15 kV,  $16\frac{2}{3}$  Hz, DC 1500 V i DC 3000 V).

## LITERATURA

- /1/ Martin REIMER: “Resonance in 25 kV; 50 Hz network by higher number of electric vehicles in the traction supplying section”. Electorevue, 2002/24, VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Department of Theoretical Electrical Engineering, Ostrava – Poruba, 2002.
- /2/ Società Anonima Elettrificaaazione S.p.A Milano: ““Elektrifikacija Jugoslovenskih železnica monofaznim sistemom 25 kV, 50 Hz – Opšti projekat kontaktne mreže”, 1978.
- /3/ Z. Milićević, D. Arandžević, V. Marjanović, D. Pejčić: „Električne lokomotive JŽ 441“, Želnid, Beograd 1997.
- /4/ Stanimir Jaćimović: „Elektromagnetni uticaj vodova električne vuče jednofaznog sistema 25 kV, 50 Hz na vodove elektroveza“, Zavod za novinsko-izdavačku i propagandnu delatnost JŽ-Beograd, 1976.
- /5/ Milovan V. Plazinić: „Rešavanje skin efekta pomoću metode petlje“, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, magistarska teza, Niš, 1997.god.
- /6/ Hlava, K.: Proudová rezonance v trakcním obvodu jednofázové soustavy 25 kV, 50 Hz, Sborník prací VUZ, c.4, 1975